Logaritmos, ordenadores y carreras de caballos

Vicente Trigo Aranda

Los logaritmos son un paradigma de complejidad y mucha gente, incluso si los ha estudiado en bachillerato, considera que son una entelequia matemática, nada interesante… y, sin embargo, puedo asegurarle que esto no es así. Los logaritmos nacieron como una herramienta para resolver problemas muy prácticos, de gran importancia económica.

Entonces, ¿por qué ese desconocimiento y ese rechazo? La culpa, dejando de lado la dificultad intrínseca del tema, que tampoco es mucha, seguramente hay que buscarla en los matemáticos. Por deformación profesional, tendemos a explicar las cosas con el máximo rigor técnico y, en la mayoría de las ocasiones, eso redunda en que todo lo intuitivo acaba diluyéndose entre definiciones, lemas, teoremas y corolarios.

Es innegable que el formalismo está muy bien para especialistas en el tema, pero su generalización al público en general resulta, cuando menos, discutible. Por ejemplo, acabo de encontrar en una página Web la siguiente definición de la función logaritmo, que es completamente rigurosa desde el punto de vista matemático. Con sinceridad, si no supiera qué es un logaritmo, ¿se enteraría de algo? Y si por un casual nunca ha tenido que vérselas con los logaritmos, ¿verdad que no comprende nada?

Definición: La función logaritmo natural, denotada por ln, se define por

$$\ln(x) = \int_1^x \frac{1}{t}\,dt$$

para todo $x > 0$

Figura 1. ¿Queda claro lo que es el logaritmo natural?

Como espero mostrarle en este artículo, en el que intento huir del formalismo y quedarme únicamente en lo divulgativo, los logaritmos son bastante intuitivos y resulta interesante conocerlos, al menos lo relativo a su historia, pues supusieron el primer intento serio de la humanidad para liberarse de la tiranía de los cálculos manuales. Si bien en la actualidad su papel ha sido ocupado por los ordenadores, que permiten a las personas de ciencia dedicar gran parte de su tiempo a procesos creativos en lugar de emplearlos en cálculos engorrosos, no hay que olvidar que fueron precisamente los logaritmos el motivo del nacimiento del primer ordenador.

Y como a uno le gusta recopilar curiosidades sobre matemáticas, no puedo terminar esta introducción sin citar una estrambótica frase de Gabriel Albiac, que formaba parte de un artículo publicado en “El Mundo”:

"*En literalidad semántica, moralizar (da igual si positiva o negativamente) la violencia es algo así como dar de comulgar a un logaritmo.*"… No, yo tampoco entiendo nada.

NECESIDAD DE REALIZAR CÁLCULOS COMPLICADOS

Hasta el Renacimiento en Europa, los cálculos que se precisaban en la vida práctica se reducían a sencillas sumas y restas, fáciles de calcular mentalmente. Tenga en cuenta que los campesinos raramente tenían más de una docena de animales domésticos o de sacos de harina y, en consecuencia, los impuestos que cobraban los nobles tampoco iban mucho más allá.

Sí, claro que de vez en cuando se precisaba efectuar alguna multiplicación o división, pero sólo unas pocas personas eran capaces de realizarla con fiabilidad, generalmente monjes o recaudadores de impuestos. ¿Y en el terreno científico?... Le respondo a su vez con una pregunta: ¿Acaso existió Ciencia en la Edad Media?

Tan pobres eran las necesidades de cálculo en Europa, que hasta el siglo XIV se siguió manejando el sistema romano de numeración, con el que es (y era) bastante engorroso efectuar cálculos, incluso los más simples. Intente, por ejemplo, multiplicar dos números romanos directamente (sin pasarlos a nuestro sistema de numeración actual) y comprenderá de qué le hablo.

Sin embargo, casi doscientos años antes, en 1202, ya se habían dado a conocer las cifras arábigas en Europa, gracias a Fibonacci en su célebre "*Liber abaci*". ¿Y por qué tardaron tanto tiempo en popularizarse, a pesar de su innegable superioridad sobre el sistema de numeración romano? Desde luego no fue porque la Iglesia se opusiese a ese "invento" de los infieles (que se opuso), sino a un motivo mucho más prosaico: ese nuevo sistema de numeración no tenía gran utilidad práctica en aquellos tiempos, porque con el anterior bastaba para realizar los cálculos usuales. ¿Para qué aprender algo nuevo si con lo viejo tenemos más que suficiente?

Sin embargo, con la aparición del comercio y la burguesía, las multiplicaciones y divisiones fueron operaciones cada vez más habituales y, como el sistema de numeración arábigo resultaba mucho más cómodo y fácil de manejar, el romano acabó desapareciendo por obsoleto.

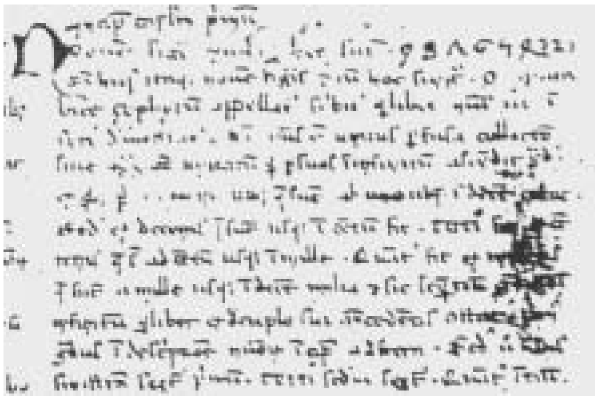

Figura 2. Fragmento del "Liber abaci". Observe las nuevas cifras en la esquina superior derecha.

Por el momento, con esa novedad fue suficiente para desenvolverse en las operaciones de compraventa, pero unos años después, al florecer el comercio, comenzaron a surgir en la práctica diaria una serie de cálculos ciertamente complicados, cuya realización exigía bastante tiempo y, además, no estaba exenta de errores.

¿Y dónde aparecían esos cálculos tan enrevesados? Pues, básicamente, en tres cuestiones que, hasta entonces (siglos XVI y XVII), no habían adquirido una importancia tan alta… desde el punto de vista económico.

En primer lugar, resultó evidente que el desarrollo del comercio era imposible sin el nacimiento de los primeros bancos, que pudiesen prestar dinero a los comerciantes para que estos pusiesen en marcha negocios que exigían un importante desembolso, que, como es lógico, era previo a la obtención de ganancias. La necesidad de los bancos era tan clara que incluso la Iglesia abolió la condena por prestar dinero con intereses. ¡Qué tiempos aquellos!

Ahora bien, si un banco dejaba dinero a un comerciante, éste no tenía más remedio que devolverlo, junto con sus intereses correspondientes, si no quería dar con sus huesos en la cárcel. ¿Y cómo se calculaba qué cantidad debía abonar exactamente? Para dar respuesta a esa pregunta nació la aritmética comercial, en la que surgen cálculos mucho más complicados que los corrientes en la vida práctica.

Por ejemplo, y si usamos una de las fórmulas de interés compuesto que tiene vigencia en el sistema bancario actual, si usted solicita un préstamo de P euros a devolver en n plazos, siendo i el interés en cada de ellos, la cantidad que debe abonar en cada plazo viene dada por la siguiente expresión:

$$P\frac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1}$$

Como puede apreciar, el salto cualitativo que supone esta expresión, con respecto a las sumas y restas habituales de un comerciante, es más que notable. Si dispone de tiempo y ganas, puede intentar utilizar la fórmula anterior para calcular manualmente cuanto debe pagar cada mes a su banco si ha solicitado un crédito de 10.000 euros a pagar en cinco años (n = 5 x 12 = 60) y a un interés del 5 % (i = 0,05/12). Si consigue obtener la solución correcta (188,71 euros, salvo que me haya confundido en Excel), le felicito, pues tiene una paciencia a prueba de bomba.

La segunda aparición masiva de los cálculos complicados, surgió a causa de la redistribución de terrenos que conllevó la burguesía. Hasta el nacimiento de las ciudades, no había excesivos problemas a la hora de determinar las propiedades, ya que las aldeas y pequeños poblados formaban parte de las tierras del señor feudal, que no precisaba con urgencia que su territorio estuviese perfectamente delimitado (además, las guerras y escaramuzas estaban a la orden del día y los límites cambiaban a menudo). Sin embargo, al aparecer los pequeños propietarios de tierras, los límites de cada parcela debían estar muy claros, para evitar litigios y disputas.

La agrimensura no tenía problemas teóricos desde el punto de vista matemático, ya que la trigonometría era una materia muy conocida. No obstante, otra cosa eran los aspectos prácticos. Imagine que necesita hacer un plano a escala de una determinada propiedad y mide distancias y ángulos. Si estos últimos fuesen múltiplos o divisores de los ángulos cuyas razones trigonométricas son conocidas (30º, 45º, etc.), la cuestión sería bastante sencilla, pero, ¿cómo hacer cálculos con ángulos cualesquiera?

Si sólo se precisasen hacer operaciones enfarragosas en los temas anteriores (intereses y agrimensura), seguramente los logaritmos hubieran tardado mucho más en aparecer, pues se podrían buscar otros métodos alternativos para realizar cálculos (más adelante le comentaré uno que tuvo cierta difusión en su época). Además, en esos temas no era excesivamente importante la exactitud en las operaciones. ¿Qué sentido tiene calcular los intereses con diez decimales si no hay moneda inferior al céntimo? ¿En alguna ocasión un centímetro cuadrado más o menos en una parcela podía suponer alguna diferencia?

Por suerte para las Matemáticas (y por desgracia para quienes debían hacer los cálculos), había una actividad, de gran trascendencia económica, que sí exigía una aproximación muy ajustada: la navegación. En aquellos años, el comercio entre Europa, América y Asia estaba a la orden del día y era deseable encontrar siempre la mejor ruta para ir de un puerto a otro, ya que así la mercancía no se estropeaba, el barco podía emprender más viajes, se eludían las zonas de tormentas… y se dejaba de lado a los piratas.

¿Y cómo orientarse en el océano para hallar la ruta idónea? A diferencia de lo que sucede en tierra firme, en el mar no hay caminos ni senderos y tampoco puede hacerse un alto en el camino para preguntar a alguien el rumbo a seguir. En otras palabras, durante miles de años, la única guía que han tenido los navegantes para orientarse en medio del mar ha sido el firmamento.

Sin embargo, para averiguar la posición de un barco en el mar tomando como referencia los astros, es necesario conocer previamente la posición de estos últimos en cada momento y eso no es algo trivial, ni mucho menos. Se precisa disponer de unas tablas astronómicas, cuya elaboración es fruto de complicados y laboriosos cálculos. Además, los errores deben brillar por su ausencia, porque no es cuestión de tocar tierra a decenas de kilómetros del destino o pasar cerca de los cañones del fuerte enemigo o darse de bruces con la guarida de los filibusteros.

En resumen, en aquellos siglos era primordial encontrar métodos de cálculo que permitiesen realizar operaciones complejas con relativa rapidez y sin errores. Si bien lo primero se consiguió con los logaritmos, lo segundo fue más difícil de conseguir y sólo se logró cuando se crearon los primeros ordenadores de la historia.

MÉTODOS INDIRECTOS DE CÁLCULOS

Teniendo en cuenta que era inevitable realizar engorrosos cálculos, se buscaron métodos alternativos que facilitasen la tarea dentro de lo posible. Es decir, en lugar de hacer los cálculos directamente, se sondearon atajos que llevasen al mismo sitio con menos esfuerzo.

En principio se buscaron métodos aritméticos que permitiesen obtener valores exactos. Por ejemplo, uno que tuvo cierta difusión está basado en la siguiente igualdad, que permite transformar productos en restas de cuartos de cuadrados.

$$xy = \frac{(x+y)^2}{4} - \frac{(x-y)^2}{4}$$

Si se dispone de unas tablas de cuadrados, resulta relativamente cómodo hallar el producto de dos números. Sólo hay que hallar en las tablas los números correspondientes a la suma y resta de los dos números que se quiere multiplicar y, luego, dividir la diferencia de ambos números entre 4.

Así, para multiplicar 3564 y 2185 sólo hay que buscar en la tabla los cuadrados de 5749 (= 3564 + 2185) y de 1379 (= 3564 – 2185), que son 33051001 y 1901641, respectivamente. Restando estos dos últimos números y dividiendo el resultado por 4, obtenemos el producto de los dos números iniciales, 7787340.

Sí, ya sé que el método no es ninguna maravilla pero tampoco era cuestión de desecharlo sin más. Tenga en cuenta que, además de facilitar un cierto ahorro de tiempo, conlleva menos errores de cálculo, puesto que transforma el producto en operaciones más sencillas. Por otra parte, el resultado obtenido es exacto, sin ningún tipo de aproximación.

Desde luego, para que este método de multiplicación tuviera utilidad se necesitaba disponer de unas tablas de cuadrados. Sin embargo, la elaboración de estas tablas, aun siendo una labor tediosa, no presenta demasiada dificultad… y más si se las compara con las de logaritmos (enseguida vamos con ellas).

¿Y por qué este método de cálculo, y otros similares, acabaron cayendo en el olvido? La razón hay que buscarla, sobre todo, en su poca versatilidad. Por ejemplo, el procedimiento anterior puede servir para realizar multiplicaciones pero ahí acaba todo; a la hora de calcular divisiones o raíces, no tiene utilidad práctica.

LOS LOGARITMOS

En la búsqueda de un método para simplificar los cálculos es inevitable toparse, tarde o temprano, con la función exponencial… ya que satisface justo lo contrario de lo que se necesita. ¿Recuerda aquello de “*para multiplicar potencias de la misma base se suman los exponentes*”?

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Por tanto, al trabajar con la función inversa se conseguirá exactamente lo que se pretendía; es decir, transformar los productos en sumas, que siempre son más fáciles de efectuar.

Ahora, para dejar más claro el asunto, le propongo un par de sencillas preguntas que seguro resolverá manualmente. ¿A cuánto debe elevar 3 para obtener 81? ¿Y cuál ha de ser el exponente de 10 para tener 1000?

¿Verdad que no ha tenido que pensar mucho para responder 4 y 3, respectivamente? ¿Lo ve como no son difíciles los logaritmos? Porque lo que acaba de calcular es nada más y nada menos que dos logaritmos: el logaritmo en base 3 de 81 (que es 4) y el logaritmo en base 10 de 1000 (que es 3).

En otras palabras, se define el logaritmo en base n de un número x (que se escribe $\log_n x$) como el valor al cual hay que elevar n para obtener x.

$$\log_n x = a \Leftrightarrow n^a = x$$

Si analiza un poco esta definición, verá que tampoco es tan extraña. ¿Qué es dividir dos números sino hallar otro que multiplicado por el divisor nos da el dividendo?

Lo verdaderamente importante de los logaritmos, desde el punto de vista calculista, son las siguientes propiedades, que son bastante sencillas de demostrar:

$$\log_n (xy) = \log_n x + \log_n y$$

$$\log_n \frac{x}{y} = \log_n x - \log_n y$$

$$\log_n (x)^z = z \log_n x$$

Como puede apreciar, estas igualdades tienen un interés muy notable, ya que permiten transformar (si se dispone de las imprescindibles tablas) productos en sumas, divisiones en restas y potencias en productos. Además, teniendo en cuenta que las raíces son nada más que potencias de índice fraccionario, también es posible calcular rápidamente raíces.

Ahora ya no se trata de un método para hacer un determinado cálculo con algo más de comodidad, sino de una potente herramienta, bastante versátil. En este sentido, es sumamente ilustrativa la siguiente reflexión de Laplace: “*Al reducir el trabajo de varios meses de cálculo a unos pocos días, el invento de los logaritmos ha duplicado la vida de los astrónomos*”.

¿Y cómo se utilizan los logaritmos? Pues manejando sus tablas una y otra vez. Así, para multiplicar dos números, basta sumar sus logaritmos (hay que averiguarlos consultando las tablas) y, luego, buscar en las tablas el número que tiene por logaritmo el resultado de la suma. Con un poco de práctica, este proceso apenas dura unos segundos y se evita gran parte de la dificultad en las operaciones.

Eso sí, todavía quedan dos asuntos cruciales por concretar: ¿Cuál es la base más adecuada para los cálculos y cómo se construyen las tablas de logaritmos? Vayamos con ellas.

NAPIER Y BRIGGS

El escocés John Napier (1550-1617) es considerado el padre de los logaritmos. De hecho, a él se debe la palabra "logaritmo", que deriva de los términos griegos *logos* (razón) y *arithmos* (números).

Figura 3. John Napier

Sin embargo, no piense que la definición de logaritmo surgió tal y como la acabamos de ver, ni mucho menos. El estado de las Matemáticas en aquellos años todavía era bastante pobre y Napier introdujo los logaritmos a través de móviles y velocidades, lo que resultaba cualquier cosa menos sencillo. Además, no especificó ninguna base en concreto, si bien de las tablas de logaritmos que publicó en 1614, "*Mirifici logarithmorum canonis descriptio*", se puede deducir que su base era un número muy próximo a 1/e. ¿No sabe qué es eso de *e*? Pues no se preocupe; enseguida se lo comento. Por ahora, le basta con saber que se trata de uno de los números fundamentales de las Matemáticas.

Aunque el descubrimiento de Napier no estaba tan bien estructurado como se enseña ahora en las aulas, no por ello pasó indiferente a la comunidad científica. ¡Todo lo contrario! Enseguida resultó evidente que su utilidad era enorme.

A modo de ejemplo, leamos las palabras que le dijo el inglés Henry Briggs (1561-1630), que era profesor de geometría en Oxford, a Napier cuando fue a visitarlo: "*Milord, he emprendido este largo viaje para ver a vuestra persona, y para saber mediante qué mecanismo de inventiva o ingenio pensasteis por primera vez en esta ayuda tan excelente para la astronomía, a saber, los logaritmos. Pero, Milord, me extraña que, habiéndolos descubierto vos, nadie los haya descubierto antes, cuando ahora que los conocemos parece tan fácil*".

Precisamente Briggs es otro de los grandes nombres relacionados con los logaritmos. A él se debe la elección del número 10 como base de las tablas de logaritmos, debido a que también se trata de la base de nuestro sistema de numeración. Estos logaritmos en base 10, que se conocen por logaritmos vulgares o decimales, se escriben omitiendo la base; así, en lugar de $\log_{10}x$ se escribe simplemente log *x*.

Como la utilidad práctica de los logaritmos quedó clara desde el principio, Briggs se puso a construir las primeras tablas de logaritmos, "*Logarithmorum chilias prima*", que se publicaron en 1617 y donde aparecían los logaritmos decimales de los mil primeros números naturales, con 14 decimales. Unos años después, en 1624, publicó su "*Arithmetica logarithmica*", que incluía los logaritmos decimales de los números 1 a 20000 y de 90000 a 100000, de nuevo con 14 cifras decimales.


ARITHMETICA
LOGARITHMICA
SIVE
LOGARITHMORVM
CHILIADES TRIGINTA, PRO
HOS NVMEROS PRIMVS
INVENIT CLARISSIMVS VIR
DEVS NOBIS VSVRAM VITÆ DEDIT
ET INGENII, TANQVAM PECVNIÆ,
NVLLA PRÆSTITVTA DIE.
I R
LONDINI,
Excudebat GVLIELMVS
IONES. 1624.

Figura 4. "Arithmetica logarithmica" de Henry Briggs

Aunque para los cálculos prácticos puede ser útil tomar el número 10 como base de los logaritmos, desde el punto teórico resulta más cómodo trabajar con el número *e*. Los logaritmos que tienen por base *e*, se llaman logaritmos naturales o neperianos y se escriben ln.

De todas formas, la base tampoco tiene mayor importancia pues el logaritmo de un número en una base u otra sólo se diferencia en una constante. Así, por ejemplo, entre los logaritmos decimales y neperianos se cumple la siguiente igualdad:

$$\log x = \frac{\ln x}{\ln 10} = 0{,}43429\ldots \cdot \ln x$$

Antes de pasar a comentarle algunos métodos para elaborar las tablas de logaritmos, quiero hacer un breve alto en el camino para hablarle un poquito del número *e*, uno de los más sobresalientes del universo matemático.

Si bien hay números, como 1 y π, cuya existencia se conoce desde tiempos inmemoriales, ya que surgen en la práctica cotidiana, otros exigen un cierto desarrollo científico para descubrirlos. Por ejemplo, eso sucede con la unidad imaginaria, $i = \sqrt{-1}$ o con el antedicho número *e*, que puede definirse en la forma:

$$e = \lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 2{,}71828182845904523536028\ldots$$

No, claro que no es algo que salga así como así. ¿Quiere otra definición? Pues también podría definirse como el número que verifica que el área bajo la hipérbola rectangular, entre 1 y él, es precisamente 1. ¿Verdad que tampoco le he aclarado mucho? De todas formas, ¿a quién le interesa? Seguramente sólo a la gente que estudia Matemáticas, donde *e* surge una y mil veces. De hecho, existe una maravillosa fórmula que relaciona los cinco números fundamentales:

$$e^{\pi i} + 1 = 0$$

CONSTRUIR TABLAS DE LOGARITMOS

Bueno, hasta ahora hemos visto que los logaritmos resultan muy útiles para evitar operaciones enfarragosas… siempre que se disponga de unas tablas de logaritmos.

Ahora bien, ¿cómo se construyen las tablas de logaritmos? Si en la vida práctica sólo aparecieran potencias enteras de la base, la cuestión sería trivial. Por ejemplo, seguro que ya sabe averiguar el valor de log 10000 o log 1000000, ¿verdad?

Sin embargo, ¿cuánto vale log 2? Dicho de otra forma, ¿a qué exponente hay que elevar 10 para obtener 2? Desde luego, es evidente que debe tratarse de un número decimal menor que 1, ya que 10 elevado a 0 es 1 y 10 elevado a 1 es 10. Sin embargo, eso es todo lo que se descubre a simple vista y sigue pendiente la gran pregunta, ¿cómo averiguar su valor?

Una posibilidad consiste en buscar aproximaciones. Así, como 2 elevado a 10 es 1024, que es un valor muy cercano a 1000, que a su vez es 10 al cubo, se tiene lo siguiente:

$$2^{10} \cong 10^3 \Rightarrow 2 \cong 10^{\frac{3}{10}} = 10^{0,3} \Rightarrow \log 2 \cong 0{,}3$$

Si bien con este método se obtiene una aproximación no muy alejada de log 2 (su valor es 0,3010299…), parece claro que el método no resulta muy eficaz y, además, sería una labor titánica obtener más decimales.

En realidad, Briggs no construyó de esta forma sus tablas, sino que trabajaba con progresiones aritméticas y geométricas, mediante las cuales es menos laborioso obtener aproximaciones de un determinado logaritmo. No obstante, su procedimiento también exigía multitud de operaciones y la construcción de tablas daba más de un rompimiento de cabeza.

El asunto no se simplificó hasta la aparición de los desarrollos en serie, descubiertos en el siglo XVII. Gracias a ellos, el cálculo de logaritmos puede efectuarse directamente con tanta aproximación como se necesite, puesto que los logaritmos se aproximan mediante polinomios, que siempre son más fáciles de calcular.

$$Ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots\ldots, \quad con\ -1 < x \le 1$$

Como se aprecia en la siguiente tabla, con sólo tomar tres o cuatro términos del desarrollo se obtiene una aproximación aceptable del logaritmo… aunque alcanzar los 14 decimales de Briggs sigue siendo una tarea ardua y pesada.

x	Ln(1+x)	grado 3	grado 4	grado 5
0,1	0,0953101798	0,0953333333	0,0953083333	0,0953103333
0,2	0,1823215568	0,1826666667	0,1822666667	0,1823306667
0,3	0,2623642645	0,2640000000	0,2619750000	0,2624610000
0,4	0,3364722366	0,3413333333	0,3349333333	0,3369813333
0,5	0,4054651081	0,4166666667	0,4010416667	0,4072916667
0,6	0,4700036292	0,4920000000	0,4596000000	0,4751520000

Figura 5. Varias aproximaciones de unos mismos logaritmos mediante polinomios de diversos grados

ERRORES EN LAS TABLAS DE LOGARITMOS

En el siglo XIX las tablas de logaritmos eran de uso frecuente, especialmente en navegación, y si algo estaba fuera de toda duda, además de su utilidad, era el gran número de errores que se podía encontrar en todas ellas.

Piense en cualquiera de los libros que ha escrito. ¿Verdad que siempre se acaba colando alguna errata a pesar de todas las revisiones a que somete las pruebas? Pues imagine los deslices que pueden surgir en un libro que constase de centenares de hojas como la siguiente, donde se juntan las equivocaciones derivadas de unos cálculos engorrosos y los múltiples errores que se cometían al componer las tablas en imprenta.

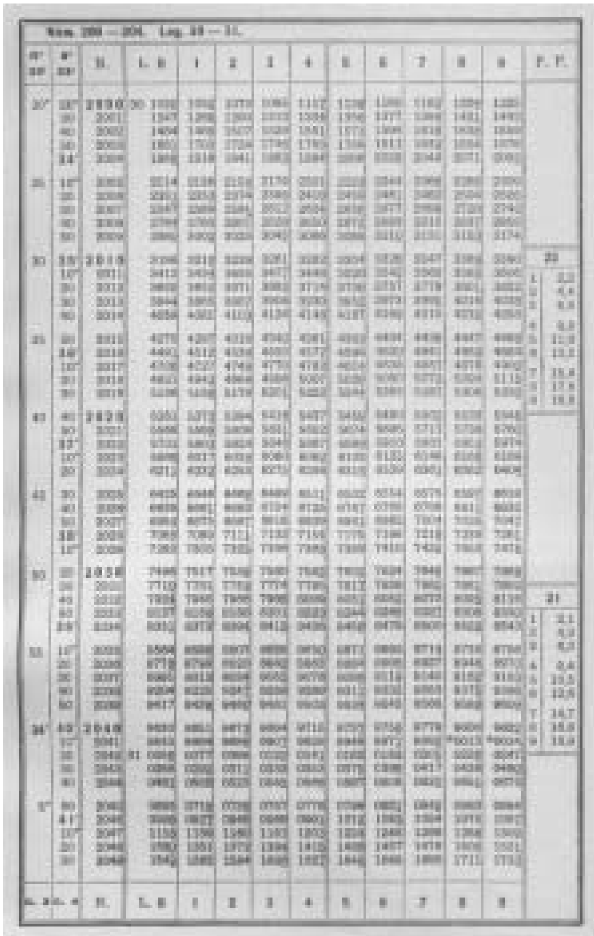

Figura 6. Una página de una tabla de logaritmos

Recuerde que las erratas en las tablas no eran asunto baladí, ni mucho menos. Al ser imprescindibles para los cálculos astronómicos, un error podía conllevar que los navíos no siguiesen el rumbo correcto y acabasen cayendo en poder de piratas o que sus mercancías se echasen a perder o que llegasen a su destino cuando las batallas hubiesen terminado o que encallasen por seguir el rumbo que no debían o que …

Como en aquellos tiempos (siglo XIX) la primera potencia mundial marítima era Gran Bretaña, no es sorprendente que allí se estudiase muy a fondo el tema de los errores en las tablas logarítmicas. ¿Cómo evitarlos? La respuesta la dio Charles Babbage: construyendo una máquina que calculase los logaritmos e imprimiese directamente las tablas.

¿Y quién era ese tal Babbage? ¿Y cómo construir una máquina que hiciese tal cosa? Dejemos la primera pregunta para el siguiente apartado y vayamos con la segunda.

En aquel entonces ya se conocían las máquinas que sumaban o restaban de forma manual (por ejemplo, en el siglo XVII Pascal construyó varias unidades de su Pascaline). Así, para sumar números sólo había que girar los rodillos en un cierto sentido y en el contrario para restarlos. Sí, eso parece intuitivo, pero, ¿no es mucho más difícil calcular logaritmos que sumar números?

Pues, aunque parezca extraño, la respuesta es negativa. En otras palabras, es posible calcular logaritmos haciendo sumas únicamente. ¿Recuerda que los logaritmos se pueden aproximar mediante polinomios? Pues, como verá seguidamente, es posible hallar valores de polinomios sin más que sumar. ¡Qué elementales son las Matemáticas! Al final, todo se reduce a sumar.

Por ejemplo, y para que se haga una idea del procedimiento a seguir, supongamos que desea obtener la tabla de valores enteros de un polinomio cualquiera. ¿Y por qué sólo valores enteros? Únicamente para evitarle cálculos no enteros que puedan distraerle; por lo demás, el procedimiento es válido para números decimales. Por la misma razón, en lugar de trabajar con uno de los polinomios que aproximan a la función logaritmo, vamos a centrarnos en un polinomio más sencillo, como el siguiente.

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + 1$$

Al tratarse de un polinomio de tercer grado, para obtener su tabla de valores necesitamos cuatro valores iniciales. Como no es cuestión de trabajar a lo tonto, partiremos de los números naturales más pequeños, 0, 1, 2 y 3. Sólo tiene que sustituir estos valores en la expresión anterior y comprobará que se verifica:

P(0) = 1   P(1) = 0   P(2) = 1   P(3) = 10

Ahora escriba los valores calculados uno tras otro, dejando un pequeño hueco entre ellos. En la fila inferior escriba el número que debe sumar a cada uno de los cuatro valores para pasar al siguiente. Luego haga lo mismo con los tres números obtenidos y, por último, repítalo con los dos que le han salido. ¿No se aclara? Tome como referencia la siguiente tabla y verá lo sencillo que es.

P(0)		P(1)		P(2)		P(3)
1		0		1		10
	-1		1		9	
		2		8		
			6			

Figura 7. Tabla de diferencias

Al tratarse de un polinomio de tercer grado, la tercera diferencia (6, que es el valor inferior) es constante para la serie 0, 1, 2, 3, 4, 5, etc. Por tanto, para averiguar el valor del polinomio en 4, sólo tiene que completar los tres huecos que aparecen en la figura siguiente, donde cada número es suma del que está más a su izquierda y del que tiene inmediatamente debajo.

P(0)		P(1)		P(2)		P(3)		P(4)
1		0		1		10		
	-1		1		9			
		2		8				
			6		6			

Figura 8. Tabla de diferencias para hallar P(4)

Seguro que no ha tenido dificultad en encontrar que P(4) es 33, ¿verdad? Ahora, si le apetece, amplíe la tabla para obtener P(5).

P(0)		P(1)		P(2)		P(3)		P(4)		P(5)
1		0		1		10		33		76
	-1		1		9		23		43	
		2		8		14		20		
			6		6		6			

Figura 9. Tabla de diferencias con nuevos valores

Como acabamos de ver, es posible hallar valores de un polinomio sin más que sumar y, por tanto, también es factible obtener valores de logaritmos con sólo sumas... En este resultado se basó Babbage para diseñar su máquina de diferencias.

BABBAGE, UN HOMBRE MUY PECULIAR

El matemático inglés Charles Babbage (26 diciembre 1792, 24 octubre 1871) es considerado el verdadero precursor de la moderna informática. A diferencia de Napier, que era un simple aficionado a las Matemáticas, Babbage era toda una autoridad académica en su época, siendo profesor de la cátedra lucasiana en Cambridge (Newton también la había ocupado) y uno de los fundadores de la Sociedad Analítica (1812) y de la Sociedad Astronómica (1820), manteniendo también relación con la fundación de la Sociedad Estadística (1824).

Otro dato relevante en su vida fue el hecho de ser hijo de un acaudalado banquero, que le dejó una excelente herencia (cien mil libras de la época), gran parte de la cual invirtió en sus investigaciones. En cuanto a su vida familiar, se casó en 1814 con Georgiana Whitmore (murió a los 35 años, en 1837) y tuvieron ocho hijos, de los cuales sólo tres llegaron a adultos.

Figura 10. Charles Babbage en 1847

Hoy en día se recuerda a Babbage por sus dos máquinas, la de diferencias y la analítica, por considerarse las precursoras de los modernos ordenadores; sin embargo, su inquietud por los más diversos temas le permitió alcanzar una notable fama en su tiempo como escritor[1] e inventor... y algunos de sus trabajos son ciertamente curiosos.

Por ejemplo, si usted envía una carta a Zaragoza, Barcelona, Sevilla, etc., ya sabe que el franqueo debe ser el mismo en todos casos. ¿Imagina a quién se debe el franqueo único? Exacto, a Babbage.

[1] Entre otros, publicó los siguientes libros: *Decadencia de las ciencias en Inglaterra* (1830), *La economía de las máquinas y las fábricas* (1832) y *Vida de un filósofo* (1864).

Hasta 1840, en Inglaterra se pagaba un franqueo diferente por cada carta, en función de la distancia que ésta debía recorrer para llegar a su destino. Babbage demostró al gobierno de la época que ganaría más dinero estableciendo un franqueo único, al evitarse los cuantiosos gastos del numeroso personal que se precisaba para controlar el franqueo según la distancia. Como con el dinero no se juega, desde entonces se adoptó el franqueo único (o casi), que se universalizó enseguida.

Siguiendo con las matemáticas aplicadas al terreno económico (¿la impronta paterna?), Babbage fue el primero en calcular unas tablas de mortalidad fiables, algo de sumo interés para las compañías de seguros. Además, inventó el primer cuentakilómetros, un oftalmoscopio para estudiar la retina, sistemas para iluminar los faros de la costa, etc.

Pero no crea que su muerte fue un acontecimiento de estado, como sucedió con Newton, ni mucho menos. Su "fracaso" con sus máquinas fue tan estrepitoso que sólo un puñado de amigos asistió a su funeral. No obstante, el prestigio alcanzado con anterioridad era tan grande, que su cerebro se conserva en el Museo Hunteriano de Londres, por aquello de aprender algo de él[2]. ¡Qué manía con guardar el cerebro de los grandes genios!

Eso sí, según cuentan las malas lenguas, parece ser que también hubo muchas personas que se alegraron de su fallecimiento, sobre todo los músicos callejeros. ¿Y por qué? Porque, durante muchos años, Babbage había emprendido una cruzada personal contra ellos, afirmando que sus instrumentos arruinaban su sistema nervioso y su salud. De hecho, llegó a cuantificar en un 25% el potencial productivo que perdía a causa de los músicos callejeros[3]. ¿Exagerado? Pues no lo sé, pero, en un periodo de 80 días, Babbage anotó 165 "conciertos" de esta índole cerca de su casa, llegando una charanga a estar cinco horas seguidas dándole la tabarra.

LAS CÉLEBRES MÁQUINAS DE BABBAGE

Volviendo a las tablas de logaritmos, Babbage propuso diseñar una máquina que las confeccionase sin errores, partiendo del hecho de que hasta los logaritmos se pueden reducir finalmente a sumas (o diferencias, que viene a ser lo mismo). En 1822 presentó un prototipo a escala a la Royal Astronomical Society y quedaron tan impresionados que le concedieron apoyo económico para que emprendiera la construcción una máquina que fuera plenamente operativa. Babbage llamó a su proyecto *Difference engine* (máquina de diferencias) y su idea era conseguir tablas con veinte decimales.

La construcción de la máquina de diferencias, que constaba de ochenta ruedas y tres ejes, fue abandonada sin que llegase a su término, tras una inversión de 17.000 libras del gobierno y otras 20.000 del propio Babbage[4]. ¿El motivo? Sorprendentemente no radicaba en un fallo de diseño, ni nada por el estilo. De hecho, con motivo del bicentenario de su nacimiento, en 1991 varios científicos británicos siguieron al pie de la letra las instrucciones de Babbage y construyeron una máquina de diferencias que funcionaba a la perfección.

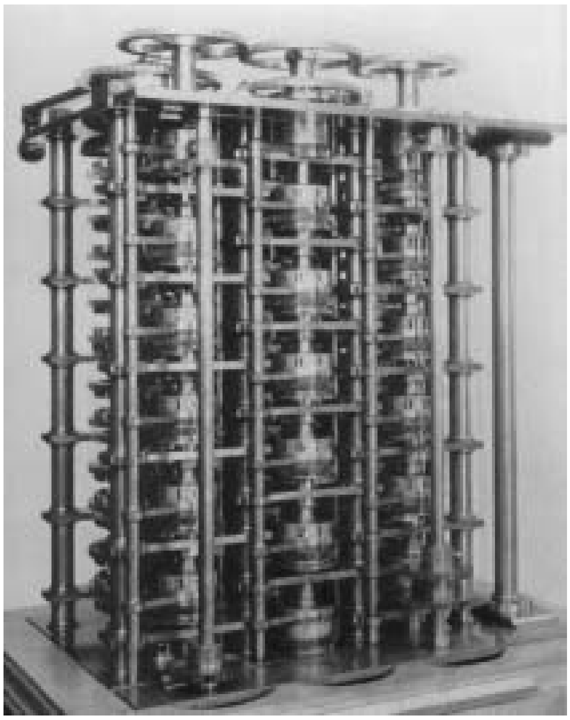

Figura 11. Parte de la máquina de diferencias, 1832

[2] Si le apetece ver una fotografía del cerebro de Babbage, visite la siguiente dirección:
http://www.hrc.wmin.ac.uk/noise/images/html/babbage's_brain.jpg.html

[3] Como curiosidad, le indico una lista de lo que él denominaba "*instruments of torture permitted by the Government to he in daily and nightly use in the streets of London*", agrupados según la nacionalidad de sus intérpretes: "*Italians, organs. Germans, brass bands. Natives of India, tom-toms. English, brass bands, fiddles, etc. The lowest class of clubs, bands with double drum*".

[4] ¿Le interesan las cuentas de gastos? Pues no deje de visitar la siguiente dirección:
http://home.clara.net/mycetes/babbage/Expenditure.htm

Entonces, ¿por qué abandonar un proyecto con tantos visos de llegar a buen puerto y que aseguraría a su autor un puesto de primera fila en la historia de la ciencia? La razón hay que buscarla en un proyecto mucho más ambicioso, que emprendió Babbage en 1834. La construcción de la *Analitical engine* (máquina analítica), que estaría diseñada para realizar cualquier operación lógica y algebraica.

En otras palabras, es como estar planeando un viaje a la Luna y, de pronto, descubrir que puede diseñarse una nave más potente que puede llevarnos a las estrellas… Lo malo es que Babbage ni consiguió la Luna ni las estrellas.

A diferencia de la máquina de diferencias, que era una simple calculadora, la máquina analítica de Babbage es la precursora de los modernos ordenadores de uso general. Según su diseño, debía constar de una unidad de memoria, un procesador y dispositivos de entrada y salida, utilizando tarjetas perforadas para especificar las órdenes.

Sin embargo, para desgracia de Babbage y de la humanidad en su conjunto, el estado de la técnica en la época impidió que los miles de componentes móviles funcionaran como se deseaba (y no olvide que del movimiento se encargaba una máquina de vapor, que en aquellos tiempos todavía no se conocía la electricidad). Sí, claro que con un fuerte impulso inversor se podría haber intentado obtener los avances técnicos que demandaba la máquina analítica, pero eso hubiera supuesto un gran desembolso económico… y las subvenciones oficiales ya habían desaparecido hacía tiempo, algo bastante comprensible teniendo en cuenta lo invertido en la máquina de diferencias y la espantada de Babbage.

Tan apurada andaba su economía que, en los últimos años de su vida, Babbage se dedicó a estudiar seriamente las apuestas en las carreras de caballos, buscando un sistema infalible para ganar y, de esta forma, conseguir fondos para proseguir sus investigaciones con la máquina analítica. Como es fácil suponer, Babbage no encontró la forma de ganar dinero con las apuestas y su segunda máquina también quedó inconclusa.

¡Pobre Babbage! Por aspirar a las estrellas ni siquiera alcanzó la Luna.

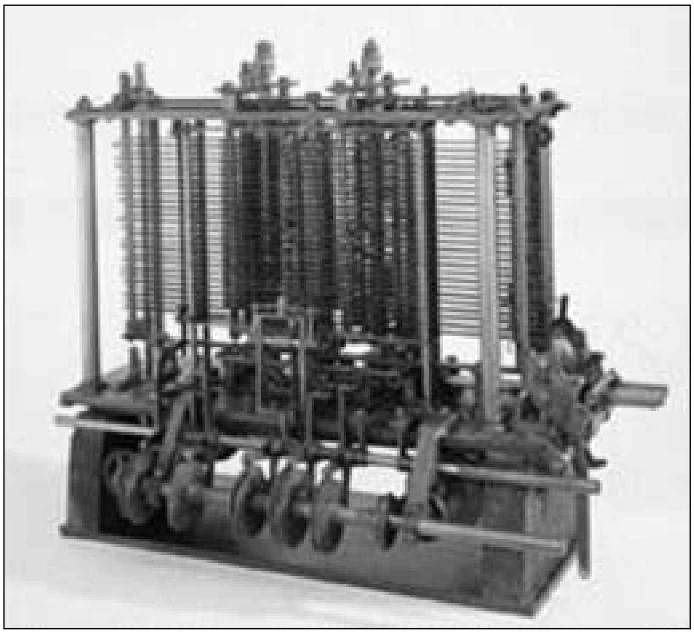

Figura 12. Parte de la máquina analítica, 1871